MATEMÁTICA

01. Dados três conjuntos quaisquer F, G e H. O conjunto G – H é igual ao conjunto:

a) $(G \cup F) - (F - H)$

b) $(G \cup H) - (H - F)$

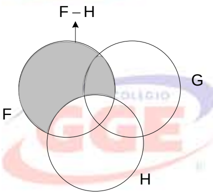
c) $(G \cup (H - F)) \cap \overline{H}$

d) $\overline{G} \cup (H \cap F)$

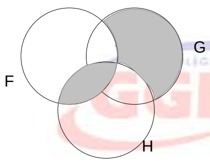
e) $(\overline{H} \cap G) \cap (G - F)$

Solução:

a) falso

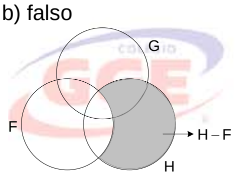


$(G \cup F) - (F - H)$

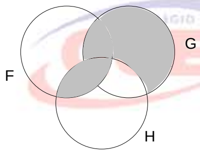


$= (G - (F \cup H)) \cup F \cap H$

b) falso

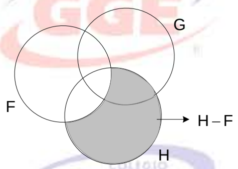


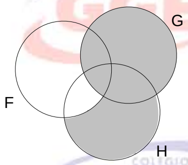
$(G \cup H) - (H - F)$



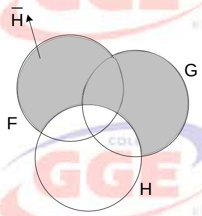
$= (G - H) \cup (F \cap H)$

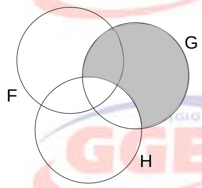
c) verdadeiro





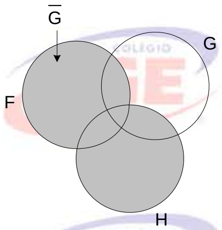
$G \cup (H - F)$

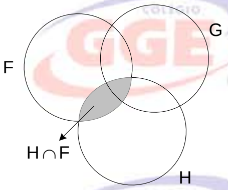


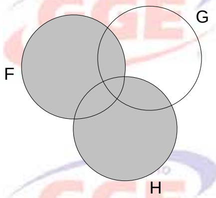


$G \cup (H - F) \cap \overline{H} = G - H$

d) falso

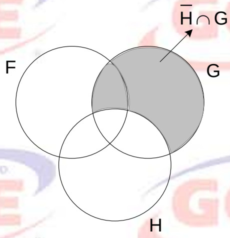


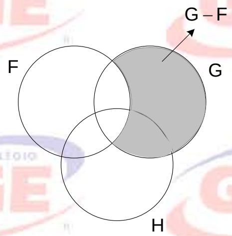




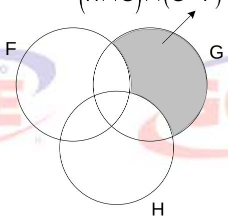
$\overline{G} \cup (H \cap F) = \overline{G}$

e) falso





$(\overline{H} \cap G) \cap (G - F) = G - (H \cup F)$



ALTERNATIVA C

02. O polinômio $x^3 + ax^2 + bx + c$ tem raízes reais α, $-\alpha$ e $\frac{1}{\alpha}$. Portanto o valor da soma $b + c^2 + ac + \frac{b}{c^2}$.

a) - 2
b) - 1
c) 0
d) 1
e) 2

Solução:

$$\cancel{\alpha} + (-\cancel{\alpha}) + \frac{1}{\alpha} = \frac{-a}{1} \Rightarrow \boxed{\alpha = -\frac{1}{a}} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{\alpha}}$$

$$\alpha(-\alpha) + \cancel{\alpha} \cdot \frac{1}{\cancel{\alpha}} + (-\cancel{\alpha}) \cdot \frac{1}{\cancel{\alpha}} = \frac{b}{1}$$

$$\alpha(-\alpha) + \cancel{1} - \cancel{1} = \frac{b}{1} \Rightarrow \boxed{b = -\alpha^2}$$

$$\cancel{\alpha}(-\alpha) \cdot \frac{1}{\cancel{\alpha}} = -\frac{c}{1} \Rightarrow \boxed{c = \alpha}$$

Logo:

$$b + c^2 + ac + \frac{b}{c^2} = -\cancel{\alpha^2} + \cancel{\alpha^2} + \left(-\frac{1}{\cancel{\alpha}}\right) \cdot \cancel{\alpha} + \frac{(-\cancel{\alpha^2})}{\cancel{\alpha^2}}$$

$$= -1 - 1 = \boxed{-2}$$

ALTERNATIVA A

03. Sabendo-se que m e n são inteiros positivos tais que $3^m + 14400 = n^2$, determine o resto da divisão de m + n por 5.

a) 0
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

Solução:

m e n são inteiros positivos:

$3^m + 14400 = n^2$
$3^m = n^2 – 14400$
$3^m = (n + 120) \cdot (n - 120)$

Se n – 120 = 1, teríamos n = 121.
Segue que $3^m = 241$. Porém, 241 não é potência de 3.

Se n + 120 = 243, teríamos n = 123.
Segue que $3^m = 243 \cdot 3 = 3^6$
Daí m = 6

Assim, m + n = 6 + 123 = 129, cujo resto da divisão por 5 é igual a 4.

ALTERNATIVA E

04. O valor do somatório abaixo é:

$$\sum_{k=1}^{15} \operatorname{Img}\left(\operatorname{cis}^{2k-1}\frac{\pi}{36}\right)$$

a) $\dfrac{2+\sqrt{3}}{4\operatorname{sen}\frac{\pi}{36}}$

b) $\dfrac{2-\sqrt{3}}{4\operatorname{sen}\frac{\pi}{36}}$

c) $\dfrac{1}{4\operatorname{sen}\frac{\pi}{36}}$

d) $\operatorname{sen}\dfrac{\pi}{36}$

e) $\dfrac{1}{4}$

Solução:

$$\sum_{k=1}^{15} \operatorname{Img}\left(\operatorname{cis}^{2k-1}\frac{\pi}{36}\right) = \sum_{k=1}^{15}\left[\operatorname{sen}\frac{(2k-1)\pi}{36}\right]$$

$$S = \operatorname{sen}\frac{\pi}{36} + \operatorname{sen}\frac{3\pi}{36} + \operatorname{sen}\frac{5\pi}{36} + \ldots + \operatorname{sen}\frac{29\pi}{36}$$

Por outro lado:

$$\operatorname{sen} x + \operatorname{sen}(x+r) + \ldots + \operatorname{sen}\left[x+(n-1)r\right] = \frac{\operatorname{sen}\left[x+(n-1)\frac{r}{2}\right]\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{xr}{2}\right)}{2}$$

Utilizando a identidade, temos:

$$S = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{36} + 14\cdot\frac{\pi}{36}\right)\cdot\operatorname{sen}\left(15\cdot\frac{\pi}{36}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{36}\right)}$$

$$S = \frac{\operatorname{sen}\left(\frac{15\pi}{36}\right)\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{15\pi}{36}\right)}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{36}\right)}$$

Por outro lado:

$$\operatorname{sen}^2\left(\frac{15\pi}{36}\right) = \frac{1-\cos\left(\frac{30\pi}{36}\right)}{2} = \frac{1-\cos\left(\frac{5\pi}{6}\right)}{2} = \frac{1-\left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right)}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

Logo:

$$S = \frac{\frac{2+\sqrt{3}}{4}}{\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{36}\right)} = \frac{2+\sqrt{3}}{4\cdot\operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{36}\right)}$$

ALTERNATIVA A

05. Seja $P(x) = x^2 + ax + b$. Sabe-se que P(x) e P(P(P(x))) têm uma raiz em comum. Pode-se afirmar que para todo valor a e b
a) P(1) P(1) < 0
b) P(1) P(1) = 0
c) P(1) + P(1) = 2
d) P(0) P(1) = 0
e) P(0) + P(1) = 0

Solução:

$P(x) = x^2 + ax + b$
Seja r a raiz comum a P(x) e P(P(P(x))).
Segue que:
P(r) = 0 e P(P(P(r))) = 0
De P(r) = 0, temos:
P(P(r)) = P(0) = b
P(P(P(r))) = P(P(0)) = P(b) = 0
Por outro lado
$P(b) = b^2 + ab + b = b \cdot (1 + a + b)$
Logo:
$P(0) \cdot P(1) = b \cdot (1 + a + b) = 0$

ALTERNATIVA D

06. Sabendo que os números reais positivos a, b e c formam uma progressão geométrica e $\log\left(\frac{5c}{a}\right)$, $\log\left(\frac{3b}{5c}\right)$ e $\log\left(\frac{a}{3b}\right)$ formam uma progressão aritmética, ambas nessa ordem, então pode-se afirmar que a, b e c:

a) forma os lados de um triângulo obtusângulo.
b) formam os lados de um triângulo acutângulo não equilátero.
c) formam os lados de um triângulo equilátero.
d) formam os lados de um triângulo retângulo.
e) não podem formar os lados de um triângulo.

Solução:

$$a,\ b,\ c \Rightarrow \text{P.G}$$
$$\Downarrow$$
$$b = a\cdot q \quad \text{e} \quad c = a\cdot q^2$$
$$\Downarrow$$
$$\log\left(\frac{5\cdot a\cdot q^2}{a}\right),\ \log\left(\frac{3\cdot \cancel{a}\cdot \cancel{q}}{5\cdot \cancel{a}\cdot q^{\cancel{2}}}\right),\ \log\left(\frac{a}{3\cdot a\cdot q}\right) \quad \text{P.A}$$
$$\log(5\cdot q^2),\quad \log\left(\frac{3}{5\cdot q}\right),\quad \left(\frac{1}{3q}\right) \quad \text{P.A}$$

Por serem uma P.A, temos:

$$2\cdot\log\left(\frac{3}{5\cdot q}\right) = \log(5\cdot q^2) + \log\left(\frac{1}{3q}\right)$$
$$\Downarrow$$
$$\log\left(\frac{9}{25q^2}\right) = \log\left(\frac{5q}{3}\right)$$
$$\Downarrow$$

Pela injetividade e sobrejetividade da função logarítmica, temos:

$$\frac{3^2}{5^2\cdot q^2} = \frac{5q}{3} \Rightarrow \frac{3^3}{5^3} = q^3 \Rightarrow q = \frac{3}{5}$$
$$\Downarrow$$
$$b = \frac{3}{5}a \quad \text{e} \quad c = \frac{9}{25}a$$
$$\Rightarrow b + c = \frac{3}{5}a + \frac{9}{25}a = \frac{15a}{25} + \frac{9}{25}a = \frac{24}{25}a < a$$

Não podem ser lados de um triângulo.

ALTERNATIVA E

07. O valor da soma abaixo é:

$$\binom{2016}{5}+\binom{2017}{5}+\binom{2018}{5}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}+\binom{2016}{6}$$

a) $\binom{2020}{6}$ b) $\binom{2020}{7}$ c) $\binom{2021}{5}$

d) $\binom{2021}{6}$ e) $\binom{2022}{5}$

Solução:

Relação de Stiffel

$$\binom{a}{b}+\binom{a}{b+1}=\binom{a+1}{b+1}$$

Logo:

$$\binom{2016}{5}+\binom{2017}{5}+\binom{2018}{5}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}+\binom{2016}{6}=$$

$$\binom{2016}{5}+\binom{2016}{6}+\binom{2017}{5}+\binom{2018}{5}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}=$$

$$\binom{2017}{6}+\binom{2017}{5}+\binom{2018}{5}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}=$$

$$\binom{2018}{6}+\binom{2018}{5}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}=$$

$$\binom{2019}{6}+\binom{2019}{5}+\binom{2020}{5}=$$

$$\binom{2020}{6}+\binom{2020}{5}=\binom{2021}{6}$$

ALTERNATIVA D

08. Os inteiros _ e _ são sorteados do conjunto {1,2,3,...,2016}, podendo haver repetição. Qual a probabilidade do produto _ × _ ser múltiplo de 12?

a) $\frac{5}{12}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{5}{24}$

d) $\frac{5}{36}$ e) $\frac{5}{144}$

Solução:

$\{1,2,3,...,2016\}$

Como 2016 é múltiplo de 12 a probabilidade de escolher dois números cujo produto é 12 tem a mesma probabilidade de escolher no conjunto $\{1,2,3,...,12\}$. São espaços equiprováveis.

Logo nossos casos favoráveis são:
(1,12), (2,12), ..., (12,12) = 12
(12,1), (12,2), ..., (12,11) = 11
(2,6), (6,2), (3,8), (8,3), (4,3), (3,4), (6,4), (4,6) = 8
(9,4), (4,9), (9,8), (8,9), (8,6), (6,8), (10,6), (6,10) = 8
(6,6) = 1

12 + 11 + + 8 + 8 + 1 = 40

Casos totais: 12 · 12 = 144

$$P=\frac{40}{144}=\frac{5}{18}$$

ALTERNATIVA B

09. Seja $A=\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$. O maior valor de a, com $a \neq 1$ que satisfaz A^{24} = I é:

a) $\frac{1}{2}$

b) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

d) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}-1)$

e) $\frac{\sqrt{2}}{4}(\sqrt{3}+1)$

Solução:
De $A^{24} = I$ segue
$\det(A^{24}) = \det(I)$
$[\det(A)]^{24} = 1$
det(A) = 1 ou det(A) = 1

Por outro lado, como $A=\begin{bmatrix} a & b \\ -b & a \end{bmatrix}$ temos $\det(A) = a^2 + b^2$.

Assim, temos $a^2 + b^2 = 1$.
Note que existe α tal que $\cos\alpha = a$ e $\operatorname{sen}\alpha = b$. Logo:

$$A=\begin{bmatrix} \cos\alpha & \operatorname{sen}\alpha \\ -\operatorname{sen}\alpha & \cos\alpha \end{bmatrix}$$

Como $A^{24} = I$, temos:

$$\begin{bmatrix} \cos(24\alpha) & \operatorname{sen}(24\alpha) \\ -\operatorname{sen}(24\alpha) & \cos(24\alpha) \end{bmatrix}=\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

$\cos(24\alpha) = 1$ e $\operatorname{sen}(24\alpha) = 0$
$24\alpha = 2k\pi$

$$\alpha=\frac{k\pi}{12}, k \in Z$$

Por outro lado:

$a = \cos\alpha = \cos\left(\frac{k\pi}{2}\right)$ que deve ser máximo e do enunciado $a \neq 1$.

Segue que $\frac{k\pi}{12}$ deve ser mínimo e para isso k = 1.

Assim, temos:

$$a=\cos\frac{\pi}{12}=\cos 15°$$

$$a=\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$$

$$a=\frac{\sqrt{2}}{4}\left(\sqrt{3}+1\right)$$

ALTERNATIVA E

10. Quantos inteiros k satisfazem à desigualdade

$$2\sqrt{\log_{10}k-1}+10\log_{10^{-1}}k^{\frac{1}{4}}+3>0\ ?$$

a) 10 b) 89 c) 90 d) 99 e) 100

Solução:

$$2\sqrt{\log k-1}-10\log k^{\frac{1}{4}}+3>0$$

$$2\sqrt{\log k-1}-\frac{5}{2}\log k+3>0$$

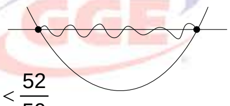
$$\log k = w$$

$$2\sqrt{w-1}>\frac{5}{2}w-3$$

$$4(w-1)>\frac{25}{4}w^2-15w+9$$

$$16w-16>25w^2-60w+36$$

$$25w^2-76w+52<0$$



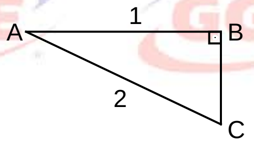
$$1 < \frac{52}{50}$$

$$\Delta = 5776 - 5200$$
$$\Delta = 576$$
$$w = \frac{76 \pm 24}{50} \begin{cases} \nearrow 2 \\ \searrow \frac{52}{50} \end{cases}$$

$$1 < \log_{10} k \leq 2$$
$10 < k \leq 100 \therefore$ existem 90 números inteiros.

ALTERNATIVA C

Temos então:



$$BC = \sqrt{4-1} = \sqrt{3}$$

A área do ΔABC é: $\dfrac{AB \cdot BC}{2} = \dfrac{1 \cdot \sqrt{3}}{2} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

ALTERNATIVA A

11. Seja a equação $\dfrac{sen(2x)}{tgx} = \dfrac{1}{2}$. As soluções dessa equação para $x \in \left[-\dfrac{\pi}{2} \cdot \pi\right]$ formam um polígono no círculo trigonométrico de área.

a) $\dfrac{\sqrt{3}}{2}$
b) $\sqrt{3}$
c) $\dfrac{5\sqrt{3}}{8}$
d) $\dfrac{1}{2}$
e) 1

Solução:

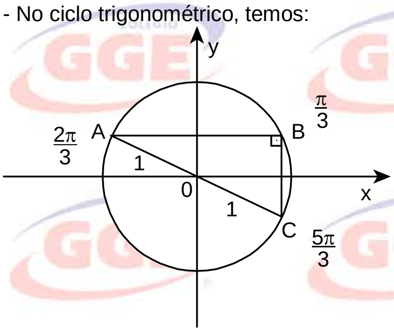
$$\frac{sen(2x)}{tg(x)} = \frac{1}{2}$$
$$sen(2x) = 2sen(x) \cdot cos(x)$$
$$tg(x) = \frac{sen(x)}{cos(x)}$$

Assim: $\dfrac{2sen(x) \cdot cos(x)}{\dfrac{sen(x)}{cos(x)}} = \dfrac{1}{2} \Rightarrow cos^2(x) = \dfrac{1}{4} \Rightarrow cos(x) = \pm\dfrac{1}{2}$

$$cos(x) = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{3} \text{ ou } \underbrace{-\frac{\pi}{3}}_{\frac{5\pi}{3}}$$

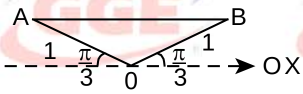
$$cos(x) = \frac{-1}{2} \Rightarrow x = \frac{2\pi}{3} \text{ ou } \underbrace{\frac{-4\pi}{3}}_{\text{Fora do intervalo}}$$

- No ciclo trigonométrico, temos:



O ΔABC é retângulo pois $\overset{\frown}{BC}$ é paralelo ao eixo y e $\overset{\frown}{AB}$ é paralelo ao eixo x.

Analisando o ΔOBA, temos:



$B\hat{O}A = \dfrac{\pi}{3} \Rightarrow$ o triângulo BOA é equilátero $\rightarrow$ BA = 1.

12. O lugar geométrico dos pontos em $\Re^2$ equidistantes às retas de equações
4x + 3y – 2 = 0 e 12x – 16 y + 5 = 0
é

a) 4x + 28 y + 13 = 0
b) 8x – 7y – 13 = 0
c) 28 x – 4y – 3 = 0
d) $56x^2 + 388xy - 184x - 56y^2 - 16y + 19 = 0$
e) $112x^2 + 768xy - 376x - 112y^2 - 32y + 39 = 0$

Solução:

$$\frac{|4x+3y-2|}{\sqrt{(4)^2+(3)^2}} = \frac{|2x-16y+5|}{\sqrt{(12)^2+(-16)^2}}$$

Abre $\oplus$

$$\frac{4x+3y-2}{5} = \frac{12x-16y+5}{204}$$
$$16x+12y-8 = 12x-16y+5$$
$$\boxed{4x+28y-13=0}$$

Abre $\ominus$

$$\frac{4x+3y-2}{5} = \frac{-12x+16y-5}{204}$$
$$16x+12y-8 = -12x+16y-5$$
$$\boxed{28x-4y-3=0}$$

Logo, o lugar geométrico é dado por:

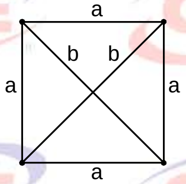
$(4x + 28y - 13) \cdot (28x - 4y - 3) = 0$
$112x^2 - 16xy - 12x + 784xy - 112y^2 - 84y - 364x + 52y + 39 = 0$
$112x^2 + 768xy - 376x - 112y^2 - 32y + 39 = 0$

ALTERNATIVA E

13. Considere quatro pontos distintos coplanares. Das distâncias entre esses pontos, quatro delas valem a e duas delas valem b. O valor máximo da relação $\left(\dfrac{b}{a}\right)^2$ é

a) 2
b) $1+\sqrt{3}$
c) $2+\sqrt{3}$
d) $1+2\sqrt{2}$
e) $2+2\sqrt{3}$

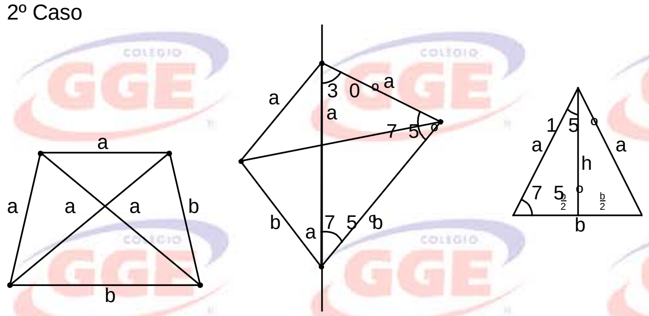
Solução:
1º Caso



$b = a\sqrt{2}$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \left(\frac{\cancel{a}\sqrt{2}}{\cancel{a}}\right)^2 = 2$$

2º Caso



$$\text{sen}15^o = \frac{\frac{b}{2}}{a} = \frac{b}{2a} \Rightarrow \boxed{\frac{b}{a} = 2\text{sen}15^o}$$

$$\cos 15^o = \frac{b}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - \frac{b^2}{4}}}{a} = \frac{\sqrt{4a^2 - b^2}}{2a}$$

$$2\text{sen}15^o\cos 15^o = \text{sen}30^o = \frac{1}{\cancel{2}} \sim= \cancel{2}\cdot\frac{b}{\cancel{2}a}\cdot\frac{\sqrt{4a^2-b^2}}{\cancel{2}a}$$

$$\frac{a^2}{b} = \sqrt{4a^2 - b^2} \Rightarrow \frac{a^4}{b^2} = 4a^2 - b^2 \Rightarrow a^4 = 4a^2b^2 - b^4$$

$$a^4 - 4a^2b^2 - b^4 = 0$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 4\text{sen}^2 15$$

$$\cos 30^o = \cos^2 15 - \text{sen}^2 15$$

$$\cos 30^o = 1 - 2\text{sen}^2 15$$

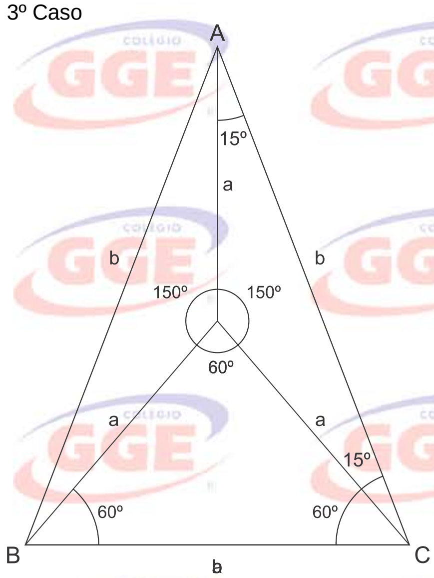
$$2\text{sen}^2 15 = 1 - \cos 30^o$$

$$\text{sen}^2 15 = \frac{1 - \cos 30^o}{2}$$

$$\text{sen}^2 15 = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2-\sqrt{3}}{4}$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = \cancel{4}\cdot\frac{2-\sqrt{3}}{\cancel{4}}\,\hat{}\, = \boxed{2-\sqrt{3}}$$

3º Caso



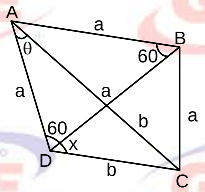
$$b^2 = a^2 + a^2 - 2\cdot a\cdot a\cdot \cos 150^o$$

$$b^2 = 2a^2 + 2a^2\cdot\frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$b^2 = a^2(2+\sqrt{3})$$

$$\left(\frac{b}{a}\right)^2 = 2 + \sqrt{3}$$

4º Caso

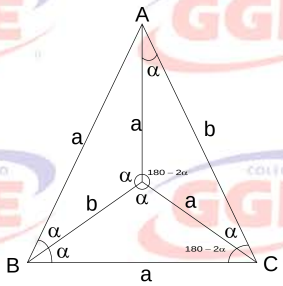


$A\hat{C}D$ é isóceles

Logo: $\theta = 60 + \alpha$

Absurdo, pois $\theta < 60$.

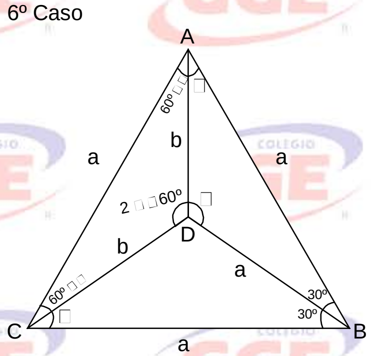
5º Caso



$$\alpha + \alpha + 180 - 2\alpha = 360$$

$180 = 360$ Contradição!

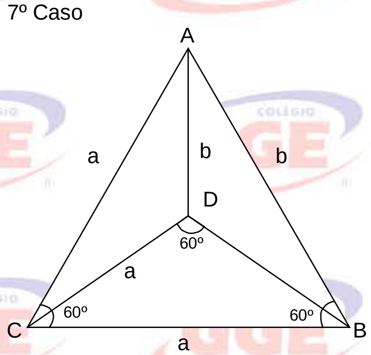
6º Caso



No triângulo ADC, temos $< 60^o$ e

Contradição!

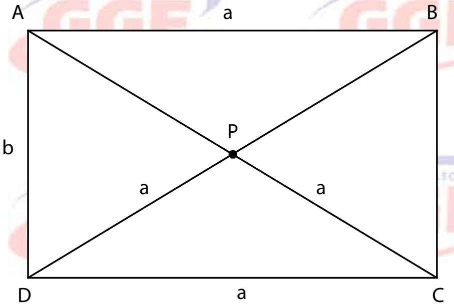
7º Caso



Os triângulos ACD e ACB são congruentes.

Segue que $A\hat{C}D = A\hat{C}B$. Contradição!

8º Caso



Pela desigualdade triangular, temos:
PC + PB > a e PA + PB > a
Segue que (PD + PB) + (PA + PC) > 2ª,
Daí 2a > 2a. Contradição!

Logo, o maior valor de $\left(\frac{b}{a}\right)^2$ é $2\sqrt{3}$

ALTERNATIVA C

14. Em um triângulo ABC, o ponto D é o pé da bissetriz relativa ao ângulo $\hat{A}$. Saber-se que

$\overline{AC} = \overline{AD}, r = \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}}$ e que $\hat{C} = \alpha$

Portanto o valor de $sen^2\,\alpha$ é

a) $\frac{3r-1}{4}$

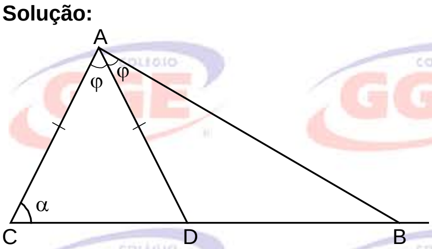
b) $\frac{3r-1}{4r}$

c) $\frac{r+3}{4}$

d) $\frac{3r+1}{4r}$

e) $\frac{3r+1}{4}$

Solução:



$\overline{AC} = \overline{AD} \Rightarrow \Delta ACD$ é isósceles.

$\Rightarrow \hat{C} = \hat{D} = \alpha \Rightarrow$ Soma dos ângulos internos ΔACD:

$\varphi + 2\alpha = 180º \Rightarrow \boxed{\varphi = 180 - 2\alpha}$

Como $\hat{D}$ é ângulo externo do ΔADB:

$\alpha = \varphi + \hat{B} \Rightarrow \hat{B} = \alpha - (180 - 2\alpha)$

$\boxed{\hat{B} = 3\alpha - 180}$

Aplicando lei dos senos no ΔABC:

$$\frac{\overline{AB}}{sen\alpha} = \frac{\overline{AC}}{sen\hat{B}} \Rightarrow \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = \frac{sen\alpha}{sen(3\alpha - 180º)}$$

$$\text{mas } \frac{\overline{AB}}{\overline{AC}} = r \Rightarrow r = \frac{sen\alpha}{sen(3\alpha - 180º)}$$

$sen(3\alpha - 180º) = -sen(3\alpha) = -sen(2\alpha + \alpha) =$

$-\left[sen2\alpha \cdot \cos\alpha + \cos 2\alpha \cdot sen\alpha\right] =$

$-\left[2sen\alpha \cdot \cos^2\alpha + 2\cos^2\alpha \cdot sen\alpha - sen\alpha\right]$

$sen(3\alpha - 180) = -\left[sen\alpha \cdot (4 \cdot \cos^2\alpha - 1)\right]$

$sen(3\alpha - 180) = -\left[sen\alpha \cdot (3 - 4sen^2\alpha)\right]$

$sen(3\alpha - 180) = sen\alpha \cdot (4sen^2\alpha - 3)$

Substituindo em:

$$r = \frac{sen\alpha}{sen(3\alpha - 180)} \Rightarrow r = \frac{sen\alpha}{sen\alpha \cdot (4sen^2\alpha - 3)}$$

$$4sen^2\alpha - 3 = \frac{1}{r}$$

$$4sen^2\alpha = \frac{1+3r}{r}$$

$$\boxed{sen^2\alpha = \frac{1+3r}{4r}}$$

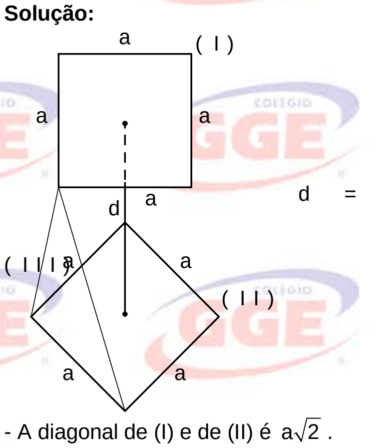
ALTERNATIVA D

15. Sejam dois quadrados de lado *a* situados em planos distintos que são paralelos entre si e situados a uma distância *d*, um do outro. A reta que liga os centros dos quadrados é perpendicular a esses planos. Cada diagonal de um quadrado é paralela a dois lados do outro quadrado. Liga-se cada vértice de cada quadrado aos dois vértices mais próximos do outro quadrado. Obtêm-se, assim, triângulos que, conjuntamente com os quadrados, formam um sólido *S*. Qual a distância entre estes planos distintos em função de *a*, de modo que os triângulos descritos acima sejam equiláteros?

a) $\frac{a}{2}$ b) $\frac{a\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{a\sqrt{10}}{8}$

d) $\frac{a\sqrt[4]{8}}{2}$ e) $\frac{a(4-3\sqrt{2})}{2}$

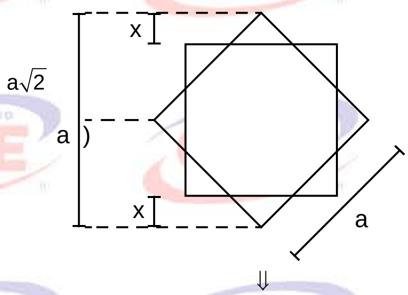
Solução:



- A diagonal de (I) e de (II) é $a\sqrt{2}$.

- A altura do triângulo equilátero (III) é $\frac{a\sqrt{3}}{2}$.

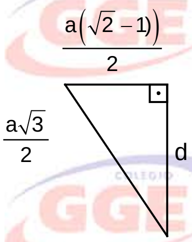
- A sobreposição de (I) e (II) fica da seguinte forma:



$\Downarrow$

$a + 2x = a\sqrt{2} \Rightarrow 2x = a(\sqrt{2} - 1) \Rightarrow \boxed{x = \frac{a(\sqrt{2}-1)}{2}}$

- Assim temos o seguinte triângulo retângulo:



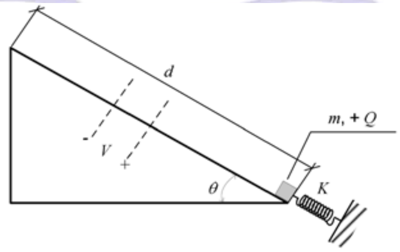
$$a^2 \cdot \frac{3}{4} = \frac{a^2}{4}(2 - 2\sqrt{2} + 1) + d^2$$

$$d^2 = a^2 \cdot \frac{2\sqrt{2}}{4} \Rightarrow d = \frac{a}{2} \cdot \sqrt[4]{8}$$

ALTERNATIVA D

FÍSICA

16.



Um corpo de carga positiva, inicialmente em repouso sobre uma rampa plana isolante com atrito, está apoiado em uma mola, comprimindo-a. Após ser liberado, o corpo entra em movimento e atravessa uma região do espaço com diferença de potencial *V*, sendo acelerado. Para que o corpo chegue ao final da rampa com velocidade nula, a distância *d* indicada na figura é

Dados:
- deformação inicial da mola comprimida: *x*;
- massa do corpo: *m*;
- carga do corpo: + *Q*;
- aceleração da gravidade: *g*;
- coeficiente de atrito dinâmico entre o corpo e a rampa: *μ*;
- ângulo de inclinação da rampa: *θ*;
- constante elástica da mola: *K*.

Considerações:
- despreze os efeitos de borda;
- a carga do corpo permanece constante ao longo da trajetória.

a) $\dfrac{Kx^2 + 2QV}{2(1+\mu)mgsen(\theta)}$

b) $\dfrac{Kx^2 + QV}{2(1+\mu)mgsen(\theta)}$

c) $\dfrac{\frac{Kx^2}{2} + QV}{2(1+\mu)mgsen(\theta)}$

d) $\dfrac{Kx^2 - 2QV}{2mg(sen(\theta) + \mu\cos(\theta))}$

e) $\dfrac{Kx^2 + 2QV}{2mg(sen(\theta) + \mu\cos(\theta))}$

SOLUÇÃO
Pelo teorema do trabalho-energia cinética, temos:

$$\tau_{Result} = \Delta E_c \Rightarrow$$

$$\tau_{peso} + \tau_{F_{elétrica}} + \tau_{fat} + \tau_{F_{elástica}} = E_C^{(final)} - E_C^{(inicial)} \Rightarrow$$

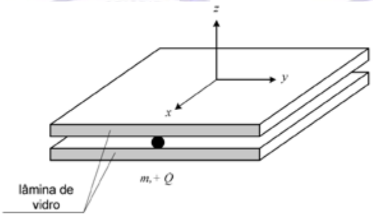
$$-mgdsen\theta + QV + (-\mu mg\cos\theta\, d) + \frac{Kx^2}{2} = 0 - 0 \Rightarrow$$

$$d(sen\theta + \mu\cos\theta)mg = QV + \frac{kx^2}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{d = \frac{kx^2 + 2QV}{2mg(sen(\theta) + \mu\cos(\theta))}}$$

ALTERNATIVA E

17. Uma partícula de massa *m* e carga + *Q* encontra-se confinada no plano *XY* entre duas lâminas infinitas de vidro, movimentando-se sem atrito com vetor velocidade (*v*,0,0) no instante *t* = 0, quando um dispositivo externo passa a gerar um campo magnético dependente do tempo, cujo vetor é (*f*(*t*),*f*(*t*),*B*), onde *B* é uma constante. Pode-se afirmar que a força normal exercida sobre as lâminas é nula quando *t* é



a) $\left(\frac{m}{QB}\right)\frac{\pi}{8}$

b) $\left(\frac{m}{QB}\right)\frac{\pi}{4}$

c) $\left(\frac{m}{QB}\right)\frac{\pi}{2}$

d) $\left(\frac{m}{QB}\right)\pi$

e) $2\left(\frac{m}{QB}\right)\pi$

SOLUÇÃO:

Para a força normal exercida sobre as lâminas ser nula, é necessário que a força magnética atuando sobre a partícula na direção vertical seja nula.

Logo:

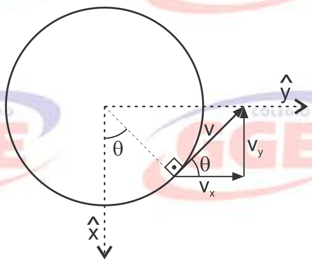
$$\vec{F}z = (v_x - v_y) \cdot f(t) \cdot \hat{z} = \vec{0}$$

Para tanto. $v_x = v_y$

Por outro lado, o movimento da partícula é circular e uniforme, tal que $F_{mag} = F_{cp}$.

$$QBv = m\,\omega\,v \Rightarrow \boxed{T = \frac{2\pi m}{QB}}$$

Visão superior do movimento no plano xy:



Para $v_x = v_y \Rightarrow \theta = 45º$

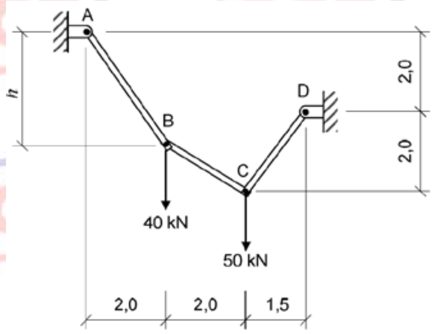
$$\therefore \boxed{t = \frac{1}{8} \cdot T = \left(\frac{m}{QB}\right) \cdot \frac{\pi}{4}}$$

Comentário final:

Para obter a resposta fornecida pela banca examinadora, a componente B do vetor indução magnética foi considerada negativa. Caso a componente B fosse negativa, a partícula carregada desviaria no sentido oposto ao indicado e o instante de tempo seria de $t = \frac{3T}{8} = \left(\frac{m}{QB}\right) \cdot \frac{3\pi}{4}$ e não há resposta dentre as alternativas.

ALTERNATIVA B

18.



A figura acima, cujas cotas estão em metros, exibe uma estrutura em equilíbrio formada por três barras rotuladas AB, BC e CD. Nos pontos B e C existem cargas concentradas verticais. A maior força de tração que ocorre em uma barra, em kN, e a altura *h*, em metros, da estrutura são

Consideração:

- as barras são rígidas, homogêneas, inextensíveis e de pesos desprezíveis.

a) 50,0 e 2,50
b) 31,6 e 1,67
c) 58,3 e 3,33
d) 50,0 e 1,67
e) 58,3 e 2,50

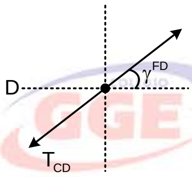
SOLUÇÃO

Analisando o equilíbrio rotacional, considerando o eixo em A, e adotando o sentido anti-horário como positivo, temos:

$F_{DY} \cdot 5,5 + F_{DX} \cdot 2,0 = 40 \cdot 2,0 + 50 \cdot 4,0$ (1)

em que F_{DX} e F_{DY} são os componentes horizontais e verticais, respectivamente, da força F_D de reação no pino D.

Assim, temos:



Da geometria da figura:

$\gamma = \text{arcsen}\left(\frac{4}{5}\right) = \text{arccos}\left(\frac{3}{5}\right)$

Então, reescrevendo (1), temos:

$F_D \cdot \text{sen}\gamma \cdot 5,5 + F_D \cdot \cos\gamma \cdot 2,0 = 40 \cdot 2,0 + 50 \cdot 4,0$

$\Rightarrow F_D \frac{4}{5} \cdot 5,5 + F_D \cdot \frac{3}{5} \cdot 2,0 = 280 \Rightarrow \boxed{F_D = 50kN}$

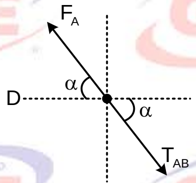
Assim: $\boxed{T_{CD} = 50kN}$ e $\boxed{\begin{matrix} F_{DX} = 30kN \\ F_{DY} = 40kN \end{matrix}}$

Mas, do equilíbrio estático, sabemos que:

emy: $F_{AY} + F_{DY} = 40 + 50 \Rightarrow F_{AY} + 40 = 90 \Rightarrow \boxed{F_{AY} = 50kN}$

emx: $F_{AX} + F_{DX} \Rightarrow \boxed{F_{AX} = 30kN}$

Observando o equilíbrio em A, temos:



em que x = arctg $\frac{h}{2}$;

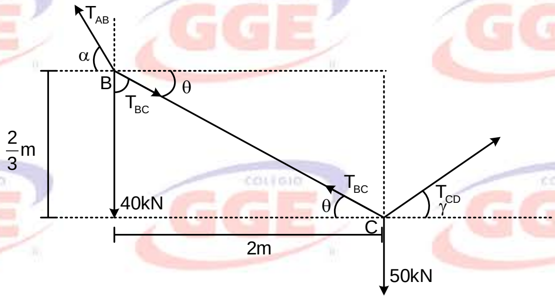
Sabemos que tgx = $\frac{F_{AY}}{F_{AX}} = \frac{50}{30} = \frac{h}{2} \Rightarrow \boxed{h = 3,33m}$

Sabemos ainda que:

$\boxed{T_{AB} = F_A = \sqrt{50^2 + 30^2} = 58,3kN}$

$\boxed{T_{CD} = F_D = 50kN}$

Nos resta calcular T_{BC}:



Assim:

$T_{BC}\text{sen}\theta + 40 = T_{AB}\text{sen}x = 50$

$T_{BC} \cdot \frac{\sqrt{10}}{10} + 40 = 50 \Rightarrow \boxed{T_{BC} = 10\sqrt{40}kN \cong 31,6kN}$

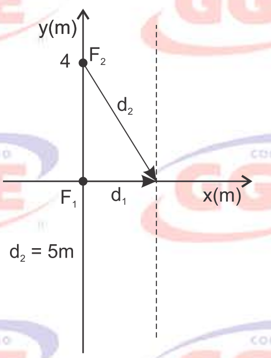
Assim, temos que a maior força de tração na estrutura é $\boxed{T_{AB} = 58,3kN}$ e $\boxed{h = 3,33m}$

ALTERNATIVA C

19. Uma fonte sonora está situada no ponto de coordenadas *x* = 0 m e *y* = 0 m e outra no ponto de coordenadas *x* = 0 m e *y* = 4 m. As ondas produzidas pelas duas fontes têm a mesma frequência e estão em fase. Um observador situado no ponto de coordenadas *x* = 3 m e *y* = 0 m nota que a intensidade do som diminui quando ele se move paralelamente ao eixo *y* no sentido positivo ou no sentido negativo. Se a velocidade do som no local é 340 m/s, a menor frequência das fontes, em Hz, que pode explicar essa observação é

a) 85 b) 170 c) 340 d) 680 e) 1360

SOLUÇÃO



$d_2 = 5m$

Para que a intensidade do som percebida pelo observador diminua, independentemente do sentido do deslocamento, o ponto (3,0) deve corresponder a um ponto de máximo.

Neste ponto, a diferença de caminho entre as ondas emitidas pelas fontes F_1 e F_2 vale:

$$\Delta X = d_2 - d_1 = 5 - 3 = 2\text{m}$$

Mas, $v = \lambda f$ e $\Delta X = m\lambda$, com $m \in N^*$.
Para frequência mínima, m = 1. Logo,

$$\Delta X = \frac{1 \cdot v}{f_{min}} \therefore f_{min} = \frac{v}{\Delta X} = \frac{340}{2} = 170\,\text{Hz}$$

ALTERNATIVA B

20.

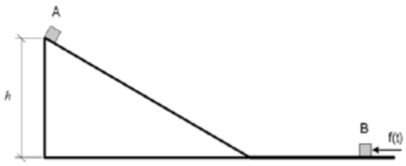


Figura 1

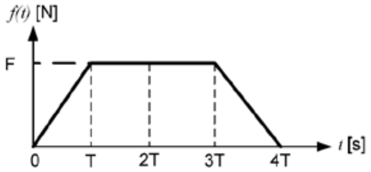


Figura 2

Na Figura 1, o corpo A, constituído de gelo, possui massa *m* e é solto em uma rampa a uma altura *h*. Enquanto desliza pela rampa, ele derrete e alcança o plano horizontal com metade da energia mecânica e metade da massa iniciais. Após atingir o plano horizontal, o corpo A se choca, no instante 4T, com o corpo B, de massa *m*, que foi retirado do repouso através da aplicação da força *f*(*t*), cujo gráfico é exibido na Figura 2.
Para que os corpos parem no momento do choque, F deve ser dado por

Dado:
- aceleração da gravidade: *g*.

Observações:
- o choque entre os corpos é perfeitamente inelástico;
- o corpo não perde massa ao longo de seu movimento no plano horizontal.

a) $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{8T}$

b) $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{6T}$

c) $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{4T}$

d) $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{3T}$

e) $\dfrac{m\sqrt{2gh}}{2T}$

SOLUÇÃO

Energia inicial de A: $E_{OA} = mgh$
No ponto mais baixo: $E_A = \frac{1}{2}E_{OA}$; $m_A = \frac{1}{2}m_{OA} = \frac{1}{2}m$
Nesse ponto, temos:

$$E_A = \frac{m_A \cdot V_A^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}E_{OA} = \frac{\frac{1}{2}m \cdot V_A^2}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}mgh = \frac{\frac{1}{2}m \cdot v_A^2}{2}$$

$V_A = \sqrt{2gh}$ (Velocidade de A no choque, já que A não perde a energia no plano horizontal)

Para calcular a velocidade de B no choque V_B, teremos que calcular o impulso dado pela força f(t), que é numericamente igual à área do gráfico f(t)xt:
m_B . A_{VB} = I = Àrea do gráfico $f(t)\,xt = \frac{(4T + 2T) \cdot F}{2} = -3FT$ (o sinal negativo indica a direção do movimento de B)

$$\Rightarrow V_B = -\frac{3FT}{m}$$

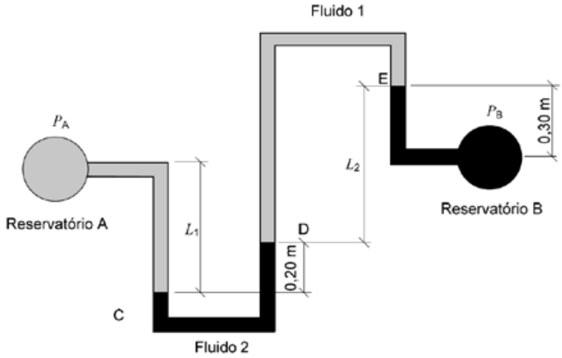
Considerando o choque como perfeitamente inelástico, temos, da conservação da qtde de movimento de A e B:

$$m_A V_A + m_B V_B = (m_A + m_B) \cdot V_{Final} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}m \cdot \sqrt{2gh} - m \cdot \frac{3FT}{m} = 0 \Rightarrow F = \frac{m\sqrt{2gh}}{6T}$$

ALTERNATIVA B

21.



Considerando o esquema acima, um pesquisador faz três afirmações que se encontram listadas a seguir:
Afirmação I. Se a diferença de pressão entre os dois reservatórios (P_A - P_B) for equivalente a 20 mm de coluna de água, a variação de massa específica entre os dois fluidos (ρ1 - ρ 2) é igual a 0,2 kg/L.
Afirmação II. Se o Fluido 1 for água e se a diferença de pressão (P_A - P_B) for de 0,3 kPa, a massa específica do Fluido 2 é igual a 0,7 kg/L.
Afirmação III. Caso o Fluido 1 tenha massa específica igual à metade da massa específica da água, o Fluido 3 (que substitui o Fluido 2 da configuração original) deve ser mais denso do que a água para que a diferença de pressão entre os reservatórios seja a mesma da afirmação I.

Está(ão) correta(s) a(s) afirmação(ões)
Dados:
- massa específica da água: 1 kg/L;
- aceleração da gravidade: 10 m/s2;
- Para as afirmações I e II: L_1 = 0,30 m e L_2 = 0,40 m;
- Para a afirmação III apenas: L_1 = 0,60 m e L_2 = 0,80 m.

Consideração:
- os fluidos são imiscíveis.

a) I apenas.
b) II apenas.
c) III apenas.
d) I e II apenas.
e) I, II e III.

SOLUÇÃO:

Montando a equação do equilíbrio na altura do plano C:

$P_A + \rho_1.g.L_1 = P_B - \rho_2 .g.0,3 + \rho_{1}.g.L_2 + \rho_{2}.g.0,2$

$\Rightarrow (P_A - P_B) = \rho_1.g(L_2 - L_1) - \rho_2.g.0,1$

$\Rightarrow P_A - P_B = \rho_1.10(L_2 - L_1) - \rho_2$

- Para as afirmações I e II: $L_1 = 0,3m$ e $L_2 = 0, 4m$, logo:

$P_A - P_B \overset{N}{=} 2\rho_1 - \rho_2$ (A)

- Para a af.III: $L_1=0,6m$ e $L_2 =0,8m$, logo:

$P_A - P_B \overset{N}{=} 2\rho_1 - \rho_2$ (B)

Obs: Lembrando das equivalências dimensionais:
P_A e P_B em kPa $\Rightarrow$ ρ_1 e ρ_2 em Kg/L
P_A e P_B em Pa $\Rightarrow$ ρ_1 e ρ_2 em Kg/m^3

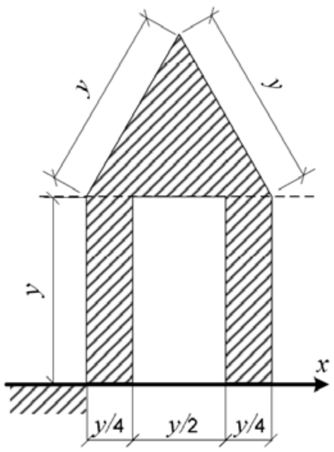
Afirmação I: $P_A - P_B$ = (20mm de coluna de água) = 10^3 .10.0,02 = 0,2 kPa.
Da eq.(A) $\Rightarrow$ $\rho_1 - \rho_2 = 0,2$ Kg/L $\Rightarrow$ I é verdadeira

Afirmação II: $\rho_1 = 1,0$ Kg/L; $P_A - P_B = 0,3$ kPa;
Da eq.(A) $\rho_1 - \rho_2 = 0,3 \Rightarrow \rho_2 = \rho_1 - 0,3 = 1,0 - 0,3 \Rightarrow \rho_2 = 0,7$ Kg/L $\Rightarrow$ II é verdadeira

Afirmação III: $\rho_1 = 0,5$ Kg/L; $P_A - P_B = 0,2$ kPa;
Da eq.(B) $\Rightarrow 2\rho_1 - \rho_2 = 0,2 \Rightarrow \rho_2 = 2.0,5 - 0,2 \Rightarrow \rho_2 = 0,8$ Kg/L $\Rightarrow$ II é falsa

ALTERNATIVA D

22.



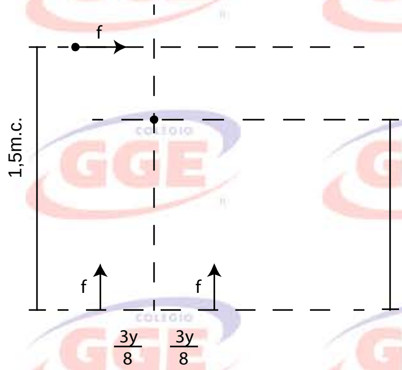
Um corpo rígido e homogêneo apresenta seção reta com dimensões representadas na figura acima.
Considere que uma força horizontal *F*, paralela ao eixo *x*, é aplicada sobre o corpo a uma distância de 1,5 u.c. do solo e que o corpo desliza sem atrito pelo solo plano horizontal. Para que as duas reações do solo sobre a base do corpo sejam iguais, a distância *y*, em u.c., deverá ser Consideração:

- u.c. – unidade de comprimento.

a) cos(π / 3)
b) *sen*(π / 3)
c) 2cos(π / 3)
d) 2*sen*(π / 3)
e) 3 cos(π / 3)

SOLUÇÃO:

Seja y_{CM} a posição, no eixo y, do centro de massa (CM) do bloco, temos:



Assim, temos ; do equilíbrio de rotação em torno do centro de massa:

$F\cdot(1,5 - y_{CM}) + f\cdot\frac{3y}{8} = f\cdot\frac{3y}{8} \Rightarrow y_{CM} = 1,5\text{u.c.}$

Precisamos calcular, agora o valor de y_{CM}.
Obs: Por simetria, sabemos que o x_{CM} coincide com o eixo que corta a figura no meio, digamos que o $x_{CM} = 0$.
Considerando a figura como formada por dois retângulos e um triângulo retângulo, e a densidade superficial da seção como "ρ", temos:

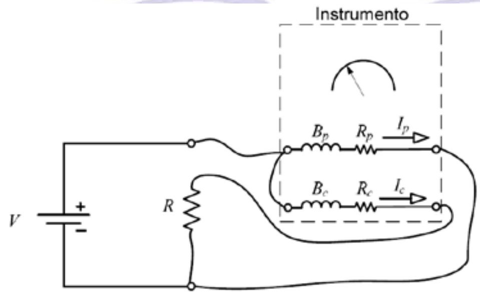
$$y_{CM} = \frac{\rho\cdot\frac{y^2}{4}\cdot\frac{y}{2} + \rho\cdot\frac{y^2}{4}\cdot\frac{y}{2} + \rho\cdot\frac{y^2\sqrt{3}}{4}\cdot\left(y + y\frac{\sqrt{3}}{6}\right)}{\rho\cdot\left(\frac{y^2}{4} + \frac{y^2}{4} + y^2\frac{\sqrt{3}}{4}\right)}$$

$$= \frac{\frac{y^2}{4}\cdot y\left[\frac{1}{2} + \frac{1}{2} + \sqrt{3}\left(1 + \frac{\sqrt{3}}{6}\right)\right]}{\frac{y^2}{4}(2+\sqrt{3})} = \frac{y\cdot 1 + \sqrt{3} + \frac{1}{2}}{\frac{1}{2}2 + \sqrt{3}} = y\frac{3+2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}+4}\cdot\frac{(2\sqrt{3}-4)}{(2\sqrt{3}-4)}$$

$y_{CM} = y\frac{\sqrt{3}}{2} = 1,5\text{u.c.} \Rightarrow y = \sqrt{3}\text{u.c.}$; logo y = 2 sen $\frac{\pi}{3}$

ALTERNATIVA D

23.



A figura acima apresenta o esquema de ligação de um instrumento usado para medir a potência fornecida a uma carga. Sabe-se que a leitura de potência do instrumento em regime permanente é $P_{instrumento} = C. I_p . I_c$ e que o erro relativo é $\varepsilon = \frac{P_{instrumento} - P_{real}}{P_{real}}$ Diante do exposto, o valor da resistência R_p do instrumento deve ser igual a
Dados:

- potência medida na resistência R empregando-se o instrumento: $P_{instrumento}$;
- potência real dissipada na resistência R: P_{real};
- constante do instrumento: C;
- tensão de alimentação do circuito: V;
- corrente da bobina de potencial (B_p): I_p;
- corrente da bobina de corrente (B_c): I_c.

Considerações:

- $R << R_p$; e
- $R >> R_c$

a) $\dfrac{C}{\varepsilon}$

b) $\dfrac{2C}{\varepsilon}$

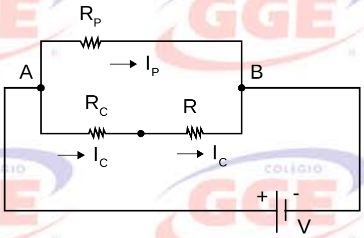
c) $\dfrac{C}{1+\varepsilon}$

d) $\dfrac{C}{1-\varepsilon}$

e) $\dfrac{C}{2(1+\varepsilon)}$

SOLUÇÃO:

Vamos redesenhar o circuito apresentando apenas os seus aspectos essenciais:



Perceba que

$U_{AB} = R_P i_P = (R_C+R)i_C \Rightarrow \dfrac{i_P}{i_C} = \dfrac{R+R_C}{R_P}$

E de acordo com o problema, vem:

$P_{instrumento} = Ci_P \cdot i_C$ e também

$\varepsilon = \dfrac{P_{instrumento} - P_{real}}{P_{real}}$ Mas $P_{real} = R.i_C^2$

Daí:

$$\varepsilon = \frac{Ci_P i_C - Ri_C^2}{Ri_C^2} = \frac{Ci_P}{Ri_C} - 1 = \frac{C}{R}\cdot\frac{i_P}{i_C} - 1$$

$$\varepsilon = \frac{C}{R}\cdot\left(\frac{R\cdot R_C}{R_P}\right) - 1 = \frac{C}{R_P}\cdot\left(\frac{R+R_C}{R}\right) - 1 = \frac{C}{R_P}\left(1+\frac{R_C}{R}\right) - 1$$

Mas como $R >> R_C \rightarrow \dfrac{R_C}{R} << 1$

Assim:

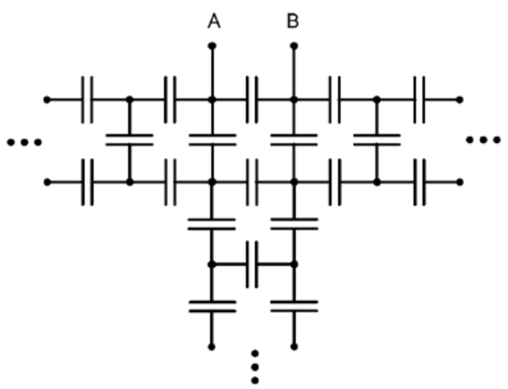
$$\varepsilon = \frac{C}{R_P}\left(1+\frac{R_C}{R}\right) - 1$$

$$\varepsilon = \frac{C}{R_P} - 1$$

Resposta: $R_P = \dfrac{C}{1+\varepsilon}$

ALTERNATIVA C

24.



Um circuito é composto por capacitores de mesmo valor *C* e organizado em três malhas infinitas. A capacitância equivalente vista pelos terminais A e B é

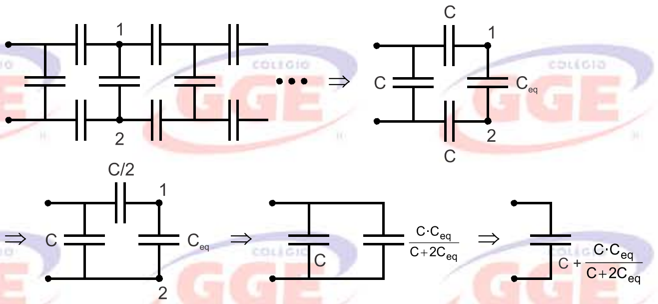
a) $(3^{1/2}+7)\dfrac{C}{6}$ b) $(3^{1/2}+1)\dfrac{C}{3}$ c) $(3^{1/2}+1)\dfrac{C}{6}$

d) $(3^{1/2}+5)\dfrac{C}{2}$ e) $(3^{1/2}+1)\dfrac{C}{2}$

SOLUÇÃO

Vamos inicialmente encontrar a capacitância equivalente das malhas infinitas.

Temos:



Daí, vem:

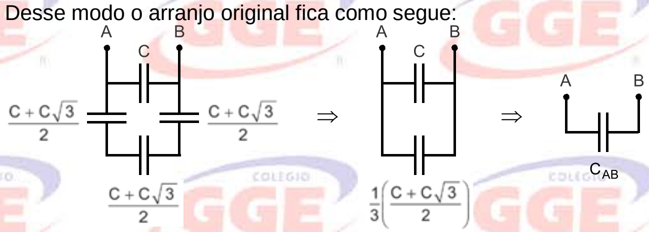
$$C_{eq} = C + \frac{C\cdot C_{eq}}{C+2C_{eq}} \Rightarrow \cancel{C\cdot C_{eq}} + 2C_{eq}^2 = C^2 + 2CC_{eq} + \cancel{CC_{eq}}$$

$$\Rightarrow \boxed{2C_{eq}^2 - 2CC_{eq} - C^2 = 0}$$

A solução fisicamente correta dessa equação vale:

$$\boxed{C_{eq} = \frac{C + C\sqrt{3}}{2}}$$

Desse modo o arranjo original fica como segue:

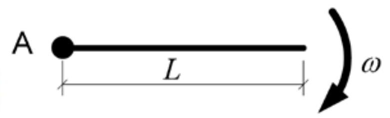


Por fim

$$C_{AB} = C + \frac{C+C\sqrt{3}}{6} \Rightarrow C_{AB} = \frac{7C+C\sqrt{3}}{6} \Rightarrow \boxed{C_{AB} = \left(\sqrt{3}+7\right)\frac{C}{6}}$$

ALTERNATIVA A

25.

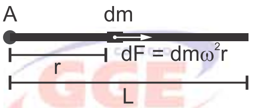


Uma corda de comprimento *L* e densidade linear constante gira em um plano em torno da extremidade fixa no ponto A a uma velocidade angular constante igual a ω. Um pulso ondulatório é gerado a partir de uma das extremidades. A velocidade *v* do pulso, no referencial da corda, a uma distância *r* da extremidade fixa é dada por

a) $\omega\dfrac{L-r}{\sqrt{2}}$ b) $\omega\sqrt{\dfrac{L(L-r)}{2}}$ c) $\dfrac{\omega}{\sqrt{2L}}(L^2-r^2)$

d) $\omega\sqrt{\dfrac{L^2-r^2}{2}}$ e) $\dfrac{\omega L}{\sqrt{2}}\sqrt{\dfrac{L-r}{L+r}}$

SOLUÇÃO
No referencial da corda (referencial não-inercial), cada elemento de massa está submetido a uma força $dF = dm\omega^2 r$ como mostra a figura a seguir



Para a corda estar em equilíbrio, a tração, a uma distância r do ponto A, deve equilibrar a soma dos pesos desde r até L.

Portanto, $T(r) = \int_r^L \omega^2 r\,dm = \int_r^L \mu\omega^2 r\,dr = \frac{1}{2}\mu\omega^2\left(L^2 - r^2\right)$

Da relação de Taylor, segue que: $v = \sqrt{\frac{T(r)}{\mu}} \therefore \boxed{v = \omega\sqrt{\frac{L^2 - r^2}{2}}}$

ALTERNATIVA D

26. Dois observadores em movimento acompanham o deslocamento de uma partícula no plano. O observador 1, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, verifica que a partícula descreve um movimento dado pelas equações $x_1(t) = 3\cos(t)$ e $y_1(t) = 4\,sen(t)$, sendo t a variável tempo. O observador 2, considerando estar no centro de seu sistema de coordenadas, equaciona o movimento da partícula como $x_2(t) = 5\cos(t)$ e $y_2(t) = 5\,sen(t)$. O observador 1 descreveria o movimento do observador 2 por meio da equação:

Observações:

- os eixos x_1 e x_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido; e
- os eixos y_1 e y_2 são paralelos e possuem o mesmo sentido.

a) $9x^2 + 16y^2 = 25$

b) $\frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{16} = 25$

c) $4x^2 + y^2 = 1$

d) $\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$

e) $4x^2 + y^2 = 4$

SOLUÇÃO

A solução do problema consiste apenas em uma troca de referencial. Nesse sentido, para facilitar o entendimento na solução da questão, a abscissa e a ordenada da partícula em relação ao observador 1 será definida por $x_P^1 = 3\cos(t)$ e $y_P^1 = 4\mathrm{sen}(t)$, assim como a abscissa e a ordenada da partícula em relação ao observador 2, serão dadas por $x_P^2 = 5\cos(t)$ e $y_P^2 = 5\mathrm{sen}(t)$.

Agora, sejam x e y a abscissa e a ordenada do observador 2 em relação ao observador 1. Dessa forma, segue que:

$$\begin{cases} x = x_2^P - x_1^P = -(x_P^2 - x_P^1) = -[5\cos(t) - 3\cos(t)] = -2\cos(t) \\ y = y_2^P - y_1^P = -(y_P^2 - y_P^1) = -[5\mathrm{sen}(t) - 4\mathrm{sen}(t)] = -\mathrm{sen}(t) \end{cases}$$

Simplificando, então, os termos, vem que:

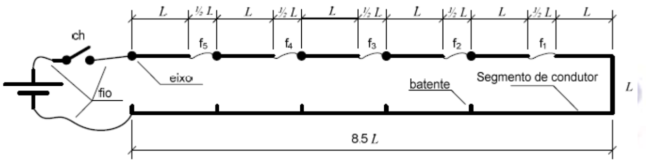
$$\begin{cases} x = -2\cos(t) \\ y = -\mathrm{sen}(t) \end{cases}$$

Da relação trigonométrica fundamental, vem que a equação do movimento do observador em relação ao observador 1 é dada pela equação:

$$\frac{x^2}{4} + y^2 = 1$$

ALTERNATIVA D

27.



Um circuito é alimentado por uma bateria através de uma chave temporizada ch que após o seu fechamento, abrir-se-á depois de transcorrido um período de tempo igual a T. Esse circuito é formado por segmentos de condutores com a mesma seção, mesma resistividade e comprimentos indicados na figura. Também estão inseridos cinco fusíveis f_1 a f_5, que têm a função de manter a continuidade do fluxo de corrente e de manter os segmentos conectados. Sempre que um dos fusíveis queimar, o segmento imediatamente à esquerda vai girar no sentido horário, fechando o contato, através de um batente, após decorridos T/4. Sabe-se que cada fusível necessita de T/4 para se romper diante de uma corrente maior ou igual à corrente de ruptura. A partir do fechamento da chave temporizada ch até a sua abertura, a energia consumida pelo circuito é igual a

Dados:
- correntes de ruptura para cada fusível a partir da direita:
  - o f_1: 0,9 I;
  - o f_2: 1,1 I;
  - o f_3: 1,5 I;
  - o f_4: 1,8 I; e
  - o f_5: 2,1 I.
- resistividade do segmento: r;
- seção do fio: S;
- diferença de potencial da bateria: U.

Observações:
- I corresponde a corrente elétrica com todos os fusíveis ligados;
- desconsidere a resistência dos fusíveis, da chave, dos fios e dos engates que conectam a fonte ao circuito.

a) $\left(\frac{1}{24} + \frac{1}{20}\right)\frac{U^2ST}{\rho L}$

b) $\left(\frac{1}{34} + \frac{1}{24}\right)\frac{U^2ST}{\rho L}$

c) $\left(\frac{1}{42} + \frac{1}{34}\right)\frac{U^2ST}{\rho L}$

d) $\left(\frac{1}{62} + \frac{1}{44}\right)\frac{U^2ST}{\rho L}$

e) $\left(\frac{1}{62} + \frac{1}{22}\right)\frac{U^2ST}{\rho L}$

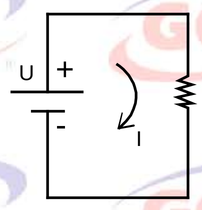
SOLUÇÃO

Façamos a evolução do circuito no intervalo estabelecido.

1 – Desde t = 0 até $t = \frac{T}{4}$.

Nesse caso $I_{total} = I$. Então no final desse intervalo o fusível f_1 queimará.

Assim, o circuito será dado por:



$R_1 = \frac{\rho(15{,}5L)}{S} = \left(\frac{31}{2}\right)\frac{\rho L}{S}$

Daí:

$$E_1 = Pot \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R_1} \cdot \frac{T}{4} = \frac{U^2 S}{\rho L} \cdot \frac{2}{31} \cdot \frac{T}{4} = \left(\frac{1}{62}\right)\frac{U^2 ST}{\rho L}$$

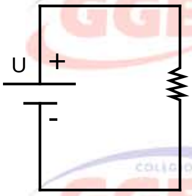
2 – Desde $t = \frac{T}{4}$ até $t = \frac{T}{2}$.

Nesse caso I_{total} = 0. O circuito está aberto, pois o segmento móvel ainda não caiu.

3 – Desde $t = \frac{T}{2}$ até $t = \frac{3T}{4}$.

Nesse caso $I_{total} = \frac{31}{22} I \cong 1{,}4 \cdot I$. Então no final desse intervalo o fusível f_2 queimará.

Assim, o circuito será dado por:



$$R_2 = \frac{\rho(11L)}{S} = (11)\frac{\rho L}{S}$$

Daí:

$$E_2 = Pot \cdot \Delta t = \frac{U^2}{R_2} \cdot \frac{T}{4} = \frac{U^2 S}{\rho L} \cdot \left(\frac{1}{11}\right) \cdot \frac{T}{4} = \left(\frac{1}{44}\right)\frac{U^2 ST}{\rho L}$$

4 – Desde $t = \frac{3T}{4}$ até t = T.

Nesse caso I_{total} = 0 novamente. O circuito estará aberto, pois o segmento móvel de contato ainda não caiu.

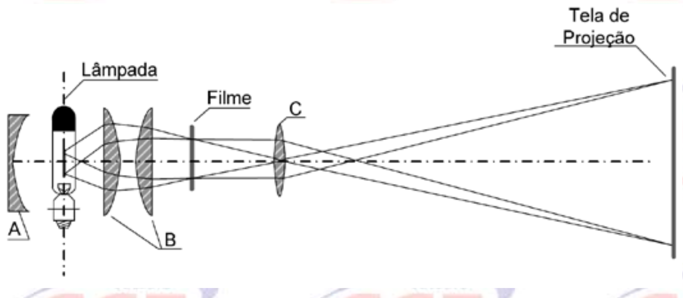
Desse modo, decorrido o tempo total, a energia consumida pelo circuito, vale:

$$E_{total} = E_1 + E_2 = \left(\frac{1}{62}\right)\frac{U^2 ST}{\rho L} + \left(\frac{1}{44}\right)\frac{U^2 ST}{\rho L}$$

$$\boxed{E_{total} = \left(\frac{1}{62} + \frac{1}{44}\right)\frac{U^2 ST}{\rho L}}$$

ALTERNATIVA D

28.



A figura acima apresenta um desenho esquemático de um projetor de imagens, onde A é um espelho e B e C são lentes. Com relação aos elementos do aparelho e à imagem formada, pode-se afirmar que

a) o espelho convexo **A**, colocado atrás da lâmpada, tem por finalidade aumentar a intensidade da luz que incide no objeto (filme).
b) o filamento da lâmpada deve situar-se no plano focal do espelho A, para que sua imagem real se forme nesse mesmo plano.
c) a imagem projetada na tela é virtual, invertida e maior.
d) a lente delgada **C** é convergente de borda delgada, possuindo índice de refração menor que o meio.
e) as lentes plano-convexas **B** poderiam ser substituídas por lentes de Fresnel, menos espessas, mais leves, proporcionando menor perda da energia luminosa.

SOLUÇÃO

Em um projetor de slides, a luz emitida pelo filamento da lâmpada viaja em todas as direções. Dessa forma, para reduzir o desperdício de energia e aumentar a intensidade de luz sobre o objeto (filme, slide), o espelho que se situa por detrás da lâmpada é CÔNCAVO. Letra A INCORRETA.

A fim de que a imagem do filamento se forme sobre ele mesmo, é necessário que a lâmpada esteja situada sobre o centro de curvatura do espelho côncavo A. Letra B INCORRETA.

A imagem final é projetada sobre um anteparo, ela deve ser necessariamente real e invertida. Como é o objetivo da projeção, a imagem deve ser maior. Letra C INCORRETA.

A lente delgada e biconvexa está imersa no ar, portanto ela não pode apresentar índice de refração, para qualquer que seja a luz que a atravesse, inferior ao do meio. Isso seria um absurdo. Letra D INCORRETA.

As lentes plano-convexas B apresentam naturalmente aberração esférica e cromática. Uma alternativa à redução dessas aberrações é exatamente a substituição por lentes de Fresnel, o que também proporciona menor perda de energia. Letra E CORRETA.

ALTERNATIVA E

29. Um raio luminoso atravessa um prisma de vidro de índice de refração *n*, imerso em água, com índice de refração $n_{água}$. Sabendo que tanto o ângulo α como o ângulo de incidência são pequenos, a razão entre
o desvio angular Δ e o α será

a) $\frac{n}{n_{água}} - 1$

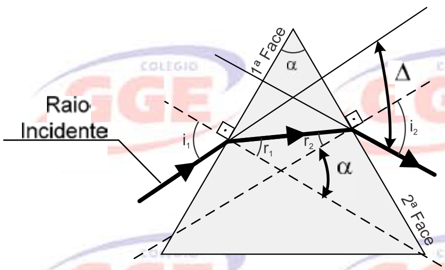
b) $\frac{n}{n_{água}} + 1$

c) $\frac{n}{n_{água}} - \frac{1}{2}$

d) $\frac{n}{n_{água}} + \frac{1}{2}$

e) $\frac{n_{água}}{n} - 1$

SOLUÇÃO



O ângulo α da figura corresponde ao ângulo de abertura do prisma, logo $\Delta = i_1 + i_2 - \alpha \therefore i_1 + i_2 = \Delta + \alpha$. (*).

Lei de Snell na primeira face:

$$n_{água} \operatorname{sen} i_1 = n \cdot \operatorname{sen} r_1$$

Lei de Snell na segunda face:

$$n \cdot \operatorname{sen} r_2 = n_{água} \operatorname{sen} i_2$$

Para pequenos ângulos, $\operatorname{sen} x \cong x$, logo:

$$n_{água} \cdot i_1 = n \cdot r_1$$

$$n_{água} \cdot i_2 = n \cdot r_2 \quad \oplus$$

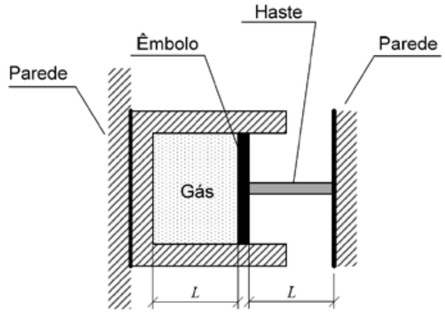
$$n_{água}(i_1 + i_2) = n(r_1 + r_2) \quad (**)$$

Substituindo (*) em (**) e lembrando que $\alpha = r_1 + r_2$, vem:

$$n_{água}\,(\Delta + \alpha) = n \cdot \alpha \Rightarrow \boxed{\frac{\Delta}{\alpha} = \frac{n}{n_{água}} - 1}$$

ALTERNATIVA A

30.



Um êmbolo está conectado a uma haste, a qual está fixada a uma parede. A haste é aquecida, recebendo uma energia de 400 J. A haste se dilata, movimentando o êmbolo que comprime um gás ideal, confinado no reservatório, representado na figura. O gás é comprimido isotermicamente.

Diante do exposto, o valor da expressão: $\frac{P_f - P_i}{P_f}$ é:

pressão final do gás: P_f;
pressão inicial do gás: P_i;
capacidade térmica da haste: 4 J/K;
coeficiente de dilatação térmica linear da haste: 0,000001 K^{-1}.

a) 0,01
b) 0,001
c) 0,0001
d) 0,00001
e) 0,000001

SOLUÇÃO

A haste recebe 400 J de energia.
$E = C \cdot \Delta\theta$, como $C = 4$ J/K $\Rightarrow 400 = 4 \cdot \Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 100$ K.

Da dilatação da haste:

$\alpha = 0{,}000001\ K^{-1} = 10^{-6}\ K^{-1}$

$\Delta L = L \cdot \alpha \cdot \Delta\theta$
$\Delta L = L \cdot 10^{-6} \cdot 100$
$\Delta L = 10^{-4} \cdot L$

Se a haste se dilata o gás é comprimido
$v_f = v_0 - \Delta v$
$\Delta v \quad \alpha \quad \Delta L \Rightarrow \Delta v = v_0 \cdot 10^{-4}$ pois a área do êmbolo é constante.

$v_f = v_0\,(1 - 10^{-4})$

Como $\theta_f = \theta_0$ do gás e $n_f = n_0$, então:

$$P_f \cdot v_f = P_0 \cdot v_0$$

$$P_f = P_0 \cdot \frac{v_0}{v_0\,(1-10^{-4})} = \frac{P_0}{1-10^{-4}} \Rightarrow$$

$$\frac{P_f - P_0}{P_f} = \frac{\frac{P_0}{1-10^{-4}} - P_0}{\frac{P_0}{1-10^{-4}}} = \frac{P_0 \cdot \left(\frac{1-(1-10^{-4})}{(1-10^{-4})}\right)}{P_0 \cdot \left(\frac{1}{(1-10^{-4})}\right)}$$

$$\frac{P_f - P_0}{P_f} = 10^{-4}$$

ALTERNATIVA C

QUÍMICA

31. O processo de deposição de filmes finos de óxido de índio-estanho é extremamente importante na fabricação de semicondutores. Os filmes são produzidos por pulverização catódica com radiofrequência assistida por campo magnético constante.
Considere as afirmativas abaixo:
I - O índio é um mau condutor de eletricidade.
II – O raio atômico do índio é maior que o do estanho.
III – A densidade do índio é menor que a do paládio.
IV – O ponto de fusão do índio é maior que o do gálio.
Analisando as afirmativas acima, conclui-se que

a) todas estão corretas
b) apenas a II e a III estão corretas.
c) apenas a II, a III e a IV estão corretas.
d) apenas a I e a III estão corretas.
e) apenas a IV está correta.

SOLUÇÃO

I ERRADO. In é metal, portanto é um bom condutor de eletricidade.
II CORRETO. O raio atômico cresce para a esquerda, no sentido dos metais alcalinos. Portanto, In apresenta raio atômico maior que Sn.
III CORRETO. A densidade cresce para o centro da tabela periódica. Portanto, In apresenta densidade menor que Pd (família VIII-B).
IV CORRETO. O ponto de fusão cresce para baixo na família III-A, portanto In apresenta ponto de fusão superior a Ga.

ALTERNATIVA C

32. Identifique a alternativa em que a configuração eletrônica da espécie química representada, em seu estado fundamental, é dada por:

[Ar] ⇅   ⇅ ⇅ ⇅ ⇅ ⇅   __ __ __

4s   3d   4p

1																	18
	2											13	14	15	16	17	
Li	Be											B	C	N	O	F	
Na	Mg	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	Al	Si	P	S	Cl	
K	Ca									Cu	Zn	Ga	Ge	As	Se	Br	
Rb	Sr									Ag	Cd	In	Sn	Sb	Te	I	
Cs	Ba									Au	Hg	Tl	Pb	Bi	Po	At	
Fr	Ra																

a) Cu^{+}
b) Sn^{2+}
c) Cd
d) Ge^{2+}
e) Zn^{+}

SOLUÇÃO

[Ge] = [Ar] $4s^2\ 3d^{10}\ 4p^2$

Então

$[Ge^{2+}]$ = [Ar] $4s^2\ 3d^{10}$

ALTERNATIVA D

33. Assinale a alternativa correta.
a) O DNA é formado pela combinação dos aminoácidos adenina, timina, citosina e guanina.
b) Os sabões são obtidos a partir de hidrólises alcalinas de glicídios.
c) As proteínas se caracterizam por sua estrutura helicoidal, responsável pela enorme gama de funções bioquímicas desempenhadas por estas macromoléculas.
d) O sistema R-S de designações estereoquímicas, largamente empregado na nomenclatura de carboidratos ainda hoje, toma como referência básica a configuração absoluta de um dos isômeros da glicose.
e) Os monossacarídeos podem sofrer reações intramoleculares de ciclização, gerando estruturas com anéis de seis membros (piranoses) ou de cinco membros (furanoses).

SOLUÇÃO:
a) Falso, ademina, timina, citosina e guanina são apenas as bases nitrogenadas e os aminoácidos são constituídos pelas bases nitrogenadas, pelas pentoses e pelos fosfatos.
b) Falso, os sabões são obtidos da hidrólise alcalina de glicerídeos.
c) Falso, nem toda proteína possui a estrutura helicoidal, pois pode ser também a beta conformação (como uma folha de papel dobrada em ziguezague).
d) Falso, cada estereoisômero possui um nome específico ex: glicose e maltose.
e) Verdade.

ALTERNATIVA: E

34. A escolha de um indicador eficaz deve ser feita de acordo com a natureza do ácido e da base utilizados em uma titulação. As substâncias que atuam como indicadores ácido-base são corantes que mudam de cor em faixas estreitas de pH e, na maioria das vezes, são ácidos fracos. Dado um indicador **HA**, um ácido monoprótico fraco, verifica-se que sua cor no estado não-ionizado é nitidamente diferente da cor de sua base conjugada **A−**. Se o indicador estiver em meio suficientemente ácido, o equilíbrio desloca-se de acordo com o princípio de Le Chatelier e a cor predominante é a da forma não-ionizada, **HA**. Em meio suficientemente básico, ocorre o inverso, ou seja, o equilíbrio desloca-se de modo a prevalecer a cor da base conjugada **A−**. Considere que, de modo aproximado, possam ser utilizados os seguintes quocientes entre concentrações para prever a cor que o indicador vai apresentar:

$$\frac{[HA]}{[A^-]} \geq 10 (\text{predomina a cor de HA})$$

$$\frac{[HA]}{[A^-]} \leq 0{,}1 (\text{predomina a cor de } A^-)$$

Com base nestes dados, e sabendo que **HA** tem constante de ionização igual a 4,0 x 10^{-10}, é coerente afirmar que o indicador **HA**
(Dado: log 4 = 0,6)
a) é adequado para uma titulação de $HClO_4$ 0,10 M por NaOH 0,10M.
b) é adequado para uma titulação de NH_3 0,10 M por HCl 0,10M.
c) muda de cor quando a solução em que se encontra muda de ácida para básica ou vice-versa.
d) quando se atinge pH = 10,4, inicia-se a transição de cor em uma titulação de NaOH por CH_3COOH.
e) quando o pH é igual a 8,0, prevalece a cor de **A−** em uma titulação de NaOH por CH_3COOH.

SOLUÇÃO:
Para o indicador em questão, pode-se escrever:

$$Ka = \frac{[H^+][A^-]}{[HA]} \therefore \frac{[HA]}{[A^-]} = \frac{[H^+]}{Ka} \therefore \log\left(\frac{[HA]}{[A^-]}\right) = pKa - pH$$

$$pKa = -\log\left(4 \cdot 10^{-10}\right) = \{0{,}6 - 10\} = 9{,}4$$

Para

$$\log\frac{[HA]}{[A^-]} \geq 1 \therefore 9{,}4 - pH \geq 1 \therefore pH \leq 8{,}4 \text{ predomina a cor de HA}$$

$$\log\frac{[HA]}{[A^-]} \leq -1 \therefore 9{,}4 - pH \leq 1 \therefore pH \geq 10{,}4 \text{ predomina a cor de } A^-$$

a) Neste caso, a solução inicial é ácida, (pH = 1) e a final é neutra (pH = 7). Portanto, a cor da solução será a cor de HA em ambos os casos.
b) A solução final será ácida, pois é formada por um sal de ácido forte com base fraca. Portanto, a mudança de cor acontecerá muito antes do término da titulação. Logo, o indicador não é adequado.
c) Quando a solução é ligeiramente básica (por exemplo, pH = 8), a cor é a mesma do meio ácido.
d) **CORRETO.** A solução de NaOH é alcalina. Quando o pH descer a 10,4, a coloração de A^- começa a deixar de ser predominante.
e) Como visto anteriormente, em pH = 8, a cor de HÁ é predominante.

ALTERNATIVA D

35. Em 33,65 g de um sal de magnésio está presente 1 mol deste elemento. Sendo trivalente o ânion
deste sal, é correto afirmar que a massa de 1 mol do ânion é
(Massa molar: Mg = 24,31 g/mol)

a) 6,23 g
b) 14,01 g
c) 24,31 g
d) 42,03 g
e) 48,62 g

SOLUÇÃO

O sal em questão é formado por Mg^{2+} e um ânion X^{3-}. Portanto, sua fórmula mínima é Mg_3X_2. Sendo assim, o número de mols de X^{3-} presentes na amostra é:

$$\frac{N_{Mg}}{3} = \frac{N_X}{2} \therefore N_X = \frac{2}{3}\text{mol}$$

A massa de X^{3-} presente em 33,65 g do sal é:

m_X = 33,65 – 1 · 24,31 **=** 9,34

Portanto, a massa molar X é:

$$N_X = \frac{m_X}{M} \therefore M = \frac{m_X}{N_X} = \frac{9{,}34}{2} = 14{,}01\,g$$

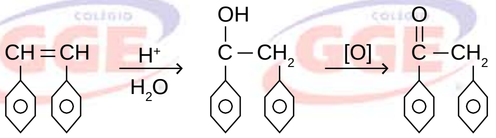
ALTERNATIVA B

36. O composto **A** sofre hidratação em meio ácido gerando um álcool, que por sua vez é oxidado com ácido crômico produzindo a cetona **B**. Esta cetona também pode ser produzida a partir do composto **C** através de ozonólise seguida de hidratação.
Entre as alternativas abaixo, a única que pode corresponder aos compostos **A**, **B** e **C**, respectivamente, é
a) eteno; acetona e 2,3-dimetil-but-2-eno.
b) *o*-xileno; benzofenona e anilina.
c) 1,2-difenil-eteno; benzofenona e 1,1-difenil-eteno.
d) estireno; acetofenona e 1,1-difenil-2-metil-propeno.
e) but-2-eno; butanona e 3,4-dimetil-hex-3-eno

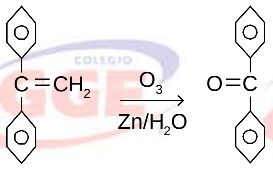
SOLUÇÃO

a) A hidratação do eteno produz um álcool primário, que, quando oxidado, produz um aldeído.

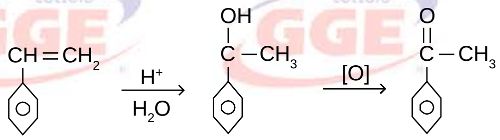
b) *o*-xileno não sofre hidratação em meio ácido.



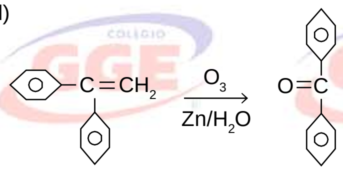
c)



As cetonas formadas são diferentes.



d)



As cetonas formadas são diferentes.

e)

$$CH_3-CH=CH-CH_3 \xrightarrow[H_2O]{H^+} CH_3-\underset{}{\overset{OH}{\overset{|}{C}}}H-CH_2-CH_3 \xrightarrow{[O]} CH_3-\overset{O}{\overset{||}{C}}-CH_2-CH_3$$

$$CH_3CH_2-CH=CH-CH_2CH_3 \xrightarrow[Zn/H_2O]{O_3} 2\ CH_3CH_2-\overset{O}{\overset{||}{C}}-CH_3$$

Portanto, esta é a solução.

ALTERNATIVA E

37. A reação abaixo descreve a formação do hipoclorito de sódio:

$$\mathbf{HC\ell O + NaOH \rightarrow NaC\ell O + H_2O}$$

É teoricamente possível obter os reagentes por meio da

a) reação do anidrido hipocloroso com água e da reação do óxido de sódio com água.
b) reação do anidrido perclórico com água e da reação do sódio metálico com água.
c) reação do dióxido de cloro com água e da reação do anidrido sódico com água.
d) eletrólise do clorito de sódio em meio aquoso.
e) reação do ácido clorídrico com água e da reação do cloreto de sódio com água.

SOLUÇÃO

a) $2C\ell_2O + H_2O \rightarrow 2\ HC\ell O$
$2NaO + H_2O \rightarrow 2NaOH$ (VERDADEIRO)

b) $C\ell_2O_7 + H_2O \rightarrow 2HC\ell O_4$ (FALSO)

c) $2C\ell O_2 + H_2O \rightarrow HC\ell O_3 + HC\ell O_2$ (FALSO)

d) Eletrólise da água! (FALSO)

e) Gera H^+, $C\ell^-$ e Na^+ (FALSO)

ALTERNATIVA A

38. Um sistema ***A*** transfere, naturalmente, uma determinada quantidade de energia, na forma de calor, para um sistema ***B,*** que envolve totalmente ***A***. Assinale a única alternativa correta.

a) A entropia do Universo decrescerá.
b) A entropia do sistema ***A*** crescerá.
c) O aumento da entropia do sistema ***B*** será maior do que o decréscimo da entropia do sistema ***A***.
d) O aumento da entropia do sistema ***B*** será menor do que o decréscimo da entropia do sistema ***A***.
e) O aumento da entropia do sistema ***B*** será necessariamente igual ao decréscimo da entropia do sistema ***A***.

SOLUÇÃO:

Pela Segunda Lei da Termodinâmica, a entalpia do Universo é sempre acrescente:

$\Delta S_{UNIV} = \Delta S_A + \Delta S_B > 0$

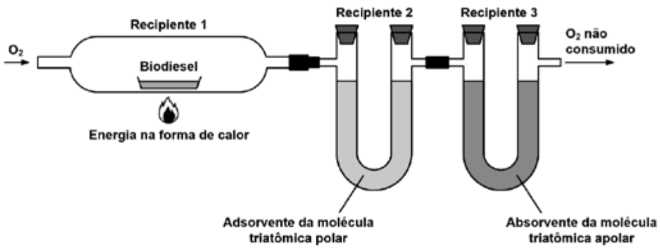
Como A cede calor à B, tem-se que:

$\Delta S_A < 0$ e $\Delta S_B > 0$

Para que $\Delta S_{UNIV} > 0$, o aumento da entropia do sistema B tem que ser superior ao decréscimo da entropia do sistema A.

ALTERNATIVA C

39. Uma amostra de 59,6 g de biodiesel ($C_xH_yO_z$) passa por um processo de combustão completa no **recipiente 1** conforme a representação a seguir.



Nesse processo foram admitidos 264,0 g de oxigênio, sendo rejeitados, na forma de oxigênio não consumido, 88,0 g. Observou-se ainda, no **recipiente 2,** um acréscimo de massa de 68,4 g e no **recipiente 3,** um acréscimo de massa de 167,2 g.
A alternativa que apresenta a fórmula molecular do biodiesel compatível com as informações apresentadas anteriormente é
(Massas molares: H = 1 g/mol; O = 16 g/mol; C = 12 g/mol)

a) $C_{20}H_{36}O_2$
b) $C_{19}H_{38}O_2$
c) $C_{16}H_{28}O$
d) $C_{19}H_{28}O_4$
e) $C_{16}H_{22}O_4$

SOLUÇÃO

A molécula triatômica polar adsorvida no recipiente 2 é a água (H_2O) e a triatômica apolar no recipiente 3 é o gás carbônico (CO_2). Assim, as massas de H_2O e CO_2 formados são:

$$m_{H_2O} = 68{,}4\,g \Rightarrow n_{H_2O} = \frac{m_{H_2O}}{MM_{H_2O}} = \frac{68{,}4}{18} = 3{,}8\,mols$$

$$m_{CO_2} = 167{,}2\,g \Rightarrow n_{CO_2} = \frac{m_{CO_2}}{MM_{H_2O}} = \frac{167{,}2}{44} = 3{,}8\,mols$$

Da reação de combustão do biodiesel

$$C_xH_yO_z + w\,O_2 \rightarrow x\,CO_2 + \frac{y}{2}H_2O$$

Como foram formadas quantidades iguais de CO_2 e H_2O então:

$$\boxed{x = \frac{y}{2}}$$

O enunciado diz que foram descartados 88 g de O_2 então foram utilizados:

$$m_{O_2} = 264 - 88 = 176\,g \Rightarrow n_{O_2} = \frac{176}{32} = 5{,}5 \text{ mols de } O_2.$$

Da estequiometria do elemento Oxigênio temos:

$$n_{O_2}\text{ reagentes} = n_{O_2}\text{ produtos}$$

$$n_{biodiesel} = \frac{m_{biodiesel}}{MM_{biodiesel}} = \frac{59{,}6}{(12x + y + 16z)}$$

$$n_{O_2}(\text{biodiesel}) + n_{O_2} = n_{O_2}(H_2O) + n_{O_2}(CO_2)$$

$$\frac{59{,}6}{(12x + y + 16z)} \cdot z + 5{,}5 \cdot 2 = 3{,}8 + 3{,}8 \cdot 2$$

$$\text{mas } x = \frac{y}{2}\text{, então:}$$

$$\frac{59{,}6z}{(7y + 16z)} + 11 = 11{,}4$$

$$\frac{59{,}6z}{(7y + 16z)} = 0{,}4 \Rightarrow 596z = 4(7y + 16z)$$

$$149z = 7y + 16z \Rightarrow 133z = 7y \Rightarrow \boxed{19z = y}$$

$$\frac{y}{38} = \frac{x}{19} = \frac{z}{2} \Rightarrow \text{Menores valores possíveis para x, y, e z são 19, 38, 2, respectivamente.}$$

$$\boxed{C_{19}H_{38}O_2}$$

ALTERNATIVA B

40. Um sistema é composto por dois balões idênticos resistentes, porém não inquebráveis, **A** e **B**, os quais estão conectados por meio de um tubo, também resistente, no qual se encontra uma válvula, tipo torneira. Este sistema encontra-se perfeitamente isolado termicamente do universo. Inicialmente as condições do sistema são as seguintes: temperatura constante; a válvula encontra-se fechada; o balão **A** contém um mol de um gás ideal monoatômico; e o balão **B** encontra-se perfeitamente evacuado. No tempo t = 0, a torneira é aberta repentinamente, permitindo que o gás ideal se expanda em direção ao balão **B** por um orifício pequeno. Indique qual das alternativas abaixo é a correta.

a) O balão **B** quebrar-se-á devido ao impacto do gás ideal, liberado bruscamente, contra sua parede.
b) O trabalho gerado pela expansão do gás aquecerá o sistema.
c) O gás em expansão absorverá calor da vizinhança fazendo o sistema se resfriar.
d) O valor da variação da energia interna ΔU da expansão será igual a zero.
e) Na expansão, a variação da energia interna ΔU do sistema será menor que zero.

SOLUÇÃO

O sistema está isolado termicamente do Universo, portanto Q = 0.
Além disso, a expansão ocorre contra o vácuo, portanto w = 0. Desse modo:
$Q = \Delta U + w \therefore \Delta U = Q - w = 0.$

ALTERNATIVA D